

U. Didáctica 3: Fracciones y decimales.

RESUMEN TEÓRICO

Reducción a mínimo común denominador.

Se calculan fracciones equivalentes a las dadas que tengan como denominador común el m.c.m. de los denominadores de las fracciones, y por numerador el producto del numerador inicial por el resultado de dividir el denominador común entre cada denominador inicial.

$$\text{Ejemplo: } \frac{4}{15} \text{ y } \frac{3}{20}; \text{ m.c.m.}(15, 20) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60 \Rightarrow \frac{4}{15} = \frac{4 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{16}{60}; \frac{3}{20} = \frac{3 \cdot 3}{20 \cdot 3} = \frac{9}{60}$$

Suma y resta de fracciones.

- Si los denominadores son iguales, se deja el mismo denominador y se suman o restan los numeradores.

$$\text{Ejemplo: } \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$$

- Si los denominadores son distintos, se reducen a común denominador y se suman o restan las fracciones equivalentes obtenidas. *Ejemplo:* $\frac{4}{15} + \frac{3}{20} = \frac{16}{60} + \frac{9}{60} = \frac{25}{60} = \frac{5}{12}$

Producto de fracciones

1. **Regla de los signos:** La misma que la de los números enteros.
2. La multiplicación de fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores, y por denominador, el producto de los denominadores

$$\text{Ejemplo: } -\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{1}{8}\right) \cdot \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{2 \cdot 4 \cdot 1 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 2} = -\frac{1}{10}$$

Cociente de fracciones

1. **Regla de los signos:** La misma que la de los números entero.
2. La división de fracciones es otra fracción que tiene por numerador el numerador de la primera multiplicado por el denominador de la segunda; y por denominador, el denominador de la primera multiplicado por el numerador de la segunda (o sea, como si se multiplicaran “en cruz”).

$$\text{Ejemplo: } -\frac{3}{5} : \left(-\frac{6}{7}\right) = \frac{3 \cdot 7}{5 \cdot 6} = \frac{7}{10}$$

Potencia de fracciones

1. **Regla de los signos:** La misma que la de los números enteros.
2. Para elevar una fracción a una potencia se eleva a dicha potencia tanto el numerador como el denominador.

$$\text{Ejemplo: } \left(-\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{3^4}{4^4} = \frac{81}{16}$$

Raíces cuadradas de fracciones

Para hallar la raíz cuadrada de una fracción se le halla la raíz cuadrada al numerador y la raíz cuadrada al denominador.

$$\text{Ejemplo: } \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{4}{7}$$

Ejercicios

1. Realiza las siguientes operaciones con fracciones.

$$\text{a) } \frac{1}{2} + \frac{2}{3} - \frac{3}{4} + \frac{5}{6}$$

$$\text{b)} \quad \frac{2}{5} + \frac{3}{4} + 1 - \frac{1}{6}$$

$$\text{c)} \quad \frac{4}{7} : \frac{2}{15}$$

$$\text{d)} \quad 2 \cdot \frac{7}{5} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$$

$$\text{e)} \quad \left(\frac{12}{25}\right)^2$$

$$\text{f)} \quad \left(-\frac{3}{2}\right)^5$$

2. Calcula las siguientes operaciones teniendo en cuenta la jerarquía de las operaciones

$$\text{a)} \quad \left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4}$$

$$\text{b)} \quad \frac{4}{5} + \frac{3}{2} \cdot \frac{7}{4} - \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2}$$

$$\text{c)} \quad 4 \cdot \frac{3}{7} - \frac{2}{5} : \left(-\frac{7}{4}\right)$$

d) $\frac{1}{2} : 3 \cdot \frac{4}{5} + 2 : \left(-\frac{3}{4}\right)^2$

e) $\left[\frac{1}{3} : \left(2 \cdot \frac{7}{3}\right) + 1\right] \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2$

f) $\left(\frac{7}{10} - \frac{3}{5} \cdot 2\right) \cdot \left[4 + \frac{3}{8} : \left(\frac{5}{2} - 1\right)^2\right]$

3. En un hotel hay 120 habitaciones, de las que $\frac{1}{5}$ están vacías. ¿Qué fracción de las habitaciones están ocupadas? ¿Cuántas habitaciones están vacías?
4. Una persona gasta $\frac{2}{5}$ de su sueldo anual en el alquiler de su casa, y $\frac{1}{3}$, en alimentos. Si en dicho alquiler gasta 5.400 € anuales, ¿qué cantidad gasta al año en comida?

5. Daniela ha ido de compras y se ha gastado $\frac{3}{7}$ de su dinero en libros y $\frac{1}{3}$ del resto en un bocadillo. Si aún le quedan 8 €, ¿cuánto dinero llevó a las compras?

EXPRESIÓN DECIMAL DE UNA FRACCIÓN

Al dividir el numerador entre el denominador de una fracción se obtiene un número que puede ser **entero**, **decimal exacto**, **decimal periódico puro** y **decimal periódico mixto**.

Entero o Decimal exacto: si la división tiene resto cero

Número entero: cuando el numerador es múltiplo del denominador.	Número decimal exacto: el cociente tiene un número finito de cifras decimales.
$\frac{32}{4} = 8$	$\frac{128}{5} = 25,6$

Decimal Periódico: si no aparece el cero en el resto, es seguro que en algún paso se obtendrá algún resto que ya había aparecido. A partir de ese momento volverán a salir los mismos cocientes que cuando apareció ese resto por primera vez.

$$\begin{array}{r} 3 \quad 5 \quad \quad 9 \\ 0 \quad 8 \quad 0 \quad 3,8... \\ \quad \quad 8 \quad 0 \quad \quad \quad 8... \end{array}$$

Número decimal periódico puro: se repiten todas las cifras decimales a partir de la coma.	Número decimal periódico mixto: después de la coma hay un grupo de cifras decimales que no se repite, el anteperíodo , y otro que sí, el período .
$\frac{12}{11} = 1,090909... = 1,0\overline{09}$ Parte entera Período	$\frac{107}{12} = 8,91666... = 8,91\overline{6}$ Período Parte entera Anteperíodo Período

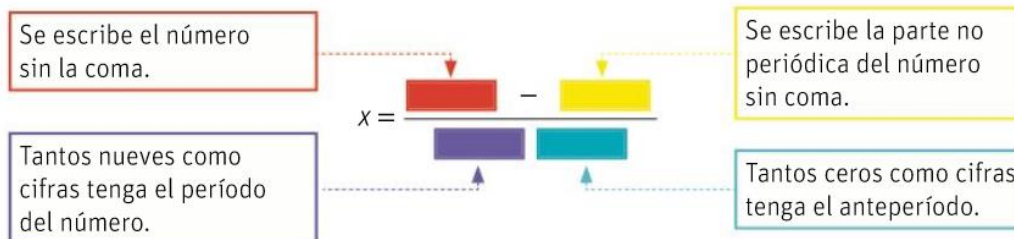
6. Expresa en forma de decimal las siguientes fracciones, indicando de qué tipo es el número decimal obtenido.

a) $\frac{1}{5}$	d) $\frac{3}{2}$	g) $\frac{13}{9}$
b) $\frac{2}{11}$	e) $\frac{7}{3}$	h) $\frac{91}{75}$
c) $\frac{7}{9}$	f) $\frac{11}{90}$	i) $\frac{1}{8}$

FRACCIÓN GENERATRIZ DE UN NÚMERO DECIMAL

Cualquier número decimal que sea exacto o periódico puede expresarse en forma de fracción irreducible. Esta fracción se llama **fracción generatriz**.

La regla general para escribir decimales periódicos en forma de fracción es:



Ejemplo ▶ La fracción generatriz de $5,\widehat{7}$ y $1,2\widehat{34}$.

$$\bullet \ 5,\widehat{7} = \frac{57-5}{9} = \frac{52}{9} \quad \bullet \ 1,2\widehat{34} = \frac{1234-12}{990} = \frac{1222}{990} = \frac{611}{495}$$

7. Halla la fracción generatriz de los siguientes números.

a) $2,\widehat{5}$

b) $0,14\widehat{5}$

c) $5,1\widehat{3}$

d) $25,07\widehat{8}$

e) $12,04\widehat{}$

f) $0,71\widehat{6}$

g) $6,\widehat{9}$

8. Realiza las siguientes operaciones pasando en primer lugar los números decimales a fracción y simplifica el resultado.

a) $1 + 3,\bar{5}$

b) $4 \cdot 0,13$

c) $\frac{1}{2} + 0,15 - 1,5$

d) $5,06 - 4 : 1,8$

e) $5 - 3,\bar{2} \cdot 4,5 - 0,5 : 3$

APROXIMACIONES DE NÚMEROS DECIMALES

Para **aproximar un número decimal** se utiliza el truncamiento o el redondeo

Para **truncar** un número decimal a un orden determinado se eliminan todas las cifras decimales siguientes a la de ese orden.

Para **redondear** un número decimal a cierto orden, se eliminan todas las cifras decimales que siguen a dicho orden de este modo:

- Si la primera cifra decimal que se elimina es menor que 5, se redondea por truncamiento.
- Si la primera cifra decimal que se elimina está entre 5 y 9, se eliminan a partir de esta y se suma 1 a la última cifra que ha quedado en el número.

Si el valor por el que se aproxima el número decimal es mayor que el exacto, se dice que se ha efectuado una **aproximación por exceso**.

Si el valor por el que se aproxima el número decimal es menor que el exacto, se dice que se ha efectuado una **aproximación por defecto**.

Ejemplo ▶ Aproxima por truncamiento y redondeo a las centésimas.

Número decimal	Aproximación por truncamiento a las centésimas	Aproximación por redondeo a las centésimas
25,348	25,34	25,35
241,6783	241,67	241,68
0,51743	0,51	0,52

9. Redondea los siguientes números al orden indicado e indica si se trata de una aproximación por defecto o por exceso.

- 12,8859 a las centésimas
- 24,9999 a las décimas
- 1.122,189624 a las diezmilésimas
- 69,58645 a las milésimas

10. Redondea los siguientes números a las décimas.

a) $\frac{1}{5}$	b) $\frac{7}{9}$
c) $\frac{3}{2}$	d) $\frac{7}{3}$
e) $\frac{91}{75}$	f) $\frac{39}{25}$

ERRORES DE APROXIMACIÓN

Al aproximar números decimales, en lugar de trabajar con el valor exacto se comete un error que se puede medir de dos formas:

- El **error absoluto** es el valor absoluto de la diferencia entre el valor exacto y su aproximación.

$$E_{abs} = |V_{exacto} - V_{aprox}|$$

- El **error relativo** es el cociente entre el error absoluto y el valor exacto

$$E_{rel} = \frac{E_{abs}}{V_{exacto}}$$

11. Calcula los errores absolutos y relativos (redondeados a la diezmilésima) cometidos al redondear los siguientes números a las centésimas.

a) 2,5182

b) $\frac{27}{16}$

12. Alberto quería medir el manzano de la casa de sus abuelos y para ello realizó dos mediciones. En la primera midió 215 centímetros, y en la segunda 233 centímetros. Sabiendo que la medida real del manzano es 225 centímetros, calcula los errores absoluto y relativo que Alberto ha cometido en cada una de las mediciones. ¿Cuál de ellas es más precisa?